

あなたと友人は投獄されている。看守からあるゲームを提案された。隣の部屋に4×4マスのチェスボード*がある。すべてのマスには、コインが表と裏にランダムに置かれている。最初に1人で行ったあなたは、看守から0から15の数字の1つを告げられる。あなたは、16マスのコインのうち、どれでも1枚だけ選んで裏返すことができる。

その後、友人が部屋に入り、チェスボードをみて、数字を当てなくてはならない。正解なら2人とも無罪放免、間違ったら……。2人は事前の打合せはできるが、入室後は情報交換できない。

であるマス（3行目と4行目の8マスが該当）の偶奇合計で決まる。この8マスの内訳は、表3・裏5と奇数のため偶奇パリティは1になる。1から3桁目も同様の計算により、このボード全体は

$$8 \times 1 + 4 \times 0 + 2 \times 0 + 1 \times 1 = 9$$

を示していることが分かる。

最後に、看守は14を告げてきた。現在の9から、1マスのコイン反転で、ボード全体を14にしなくてはならない。結論は“0111”マスを表から裏にすればよい。ステップ2の手順で再計算により確かめられる。実は、

数 | 理 | の | 窓

チェスボードから脱出できるか



これは、囚人系パズルでも難易度が高いことで有名である。ランダム状態から、表裏1ビットの操作で、任意の16パターン（4ビット）の区別が必要だからだ。

正解には3ステップを要する。まず、各マスに4ビットの符号をつける。

表 0000, 裏 0001, 表 0010, 表 0011

表 0100, 表 0101, 表 0110, 表 0111

裏 1000, 裏 1001, 表 1010, 裏 1011

表 1100, 裏 1101, 表 1110, 裏 1111

次に、コイン配置全体を、1つの数字に“符号化”したい。そのため、偶奇パリティ（0か1）により、0から15を表現する式

$$8 \times (\text{偶奇}P) + 4 \times (\text{偶奇}P) + 2 \times (\text{偶奇}P) + 1 \times (\text{偶奇}P)$$

を考える。8の偶奇パリティは、4桁目のビットが“1”

この0111は、XOR演算の結果である。ある数字から、ある数字に変換するビットの存在は論理演算により保証されている。

符号化は、パズルやカードマジックのタネでもあり、暗号や通信技術に不可欠である。操作や処理を数学理論に持ち込めるからだ。そして、有名なゲーデルの不完全性定理は「論理式と証明に使う記号の符号化」が証明のキモであった。

残念ながら、異国の見慣れぬコインの表裏を、あなたと友人で逆に捉え、敗北した。符号化には、共通の感性が必要と反省しつつ、今も、牢獄で次のゲームを待っている。。

(外園 康智)

* オリジナルはチェス盤と同じ8×8マスの設定。