

役に立つ数学

小学校の算数もカウントすれば高校卒業までの間に12年間、大学でも勉強していれば16年間も数学を勉強したことになる。

筆者は現在、数理分析を業務としているので、多分読者の方よりは今の業務の中に数学の授業の知識が生かされている部分が多いはずである。それでも中学校以上で習った数学のうち、今の生活で直接役立っているものはほんの一部だと思う。

そう考えると中学以上の数学の中で今一番役に立っているものは何だろうという疑問が湧いてくる。本当の実用度の観点からそれがわかればいいのだが、ここは主観的に個人的な感動度も入れて選んでみよう。

数学には多分に抽象的な部分が含まれる。例えば、中学や高校で習う様々なlog関数や三角関数について、実際にどう役立てるか、どう計算するかについて詳しい説明があるとは限らない。

小学校では四則演算・分数・小数を習い、計算問題を様々な組み合わせについてやらされた。ところが一転して中学や高校で出てくる関数の計算問題は特殊なケースの計算問題しか出てこない。極端に言えばlogなら $\log_{10} 100 = 2$ などの切のいい問題だけである。

教科書の最後には数表が載っていることがあり、そこには $\log_2 2$ の実数値として確認する方法はあるもののその数字を出す方法は載っていない。 $\log_{10} 2$ の計算に関して言えば、 $2^{10} = 1024$ となるので約

1000、十進数でゼロが3つだから、近似的には $\log_2 3/10 = 0.3$ (本当は0.30103...)と計算できる。しかしこれはlogの計算に限った話で、それでも具体的な計算手順に落とすことが難しい。

そうした時に高校の授業にテイラー展開が登場してきた。

$$f(x+\Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x + \frac{1}{2}f''(x)\Delta x^2 + \dots$$

この式は、ある点(x)における関数値や微分値がわかれば、違う点(x + Δx)における関数値が四則演算で算出できることを意味している。logであれば1、sin、cosなら0での値や微分値はわかるので、そこから他の点の値もわかるというわけである。こうしてテイラー展開はいま一つ要領を得なかった数学の関数に関する疑問を解決してくれた。

テイラー展開は計算だけでなく、概念をまとめてくれる役割もする。例えばオプシオンなどのデルタやガンマはテイラー展開の第2項・第3項であり、ゼロ点検索に用いるニュートン法は第二項までの部分を変形すると定式化できる。

テイラー展開は複雑な計算の実際の数値を算出することに役立ち、そして数値や計算の方法の説明にも役立つ。金融の分野の数理分析の仕事も複雑な現象や商品に対して、様々な数値を算出しつつ、いかにわかりやすく説明するかと仕事だと思っているが、テイラー展開のような存在でありたいものである。 (榛葉清人)