



数理の窓

脳はすべてを近似できるか？

筆を持って大きな紙の左端から右端まで、後戻りせずに、でたらめに曲線を描く。ただし筆は紙から一度も離さないとする。この墨による一本の曲線を“数式”で表すことができるか？

ニューラルネットワークをベースとした関数によって、この曲線をいくらでも近似できる¹⁾というのが答えだ。これを「ニューラルネットワークの普遍性定理」と呼び、別名、万能近似定理ともいう。ニューラルネットワークというと、複雑なイメージを持つかも知れないが、そこには、入力層と中間層、出力層の3層があり、それらを単純な活性化関数(=1次関数+ α 程度)の組み合わせがつかないでいるに過ぎない。

そして、日本語を英語に翻訳する、写真の画素データから説明文を作る、運転映像から最適な操作を決定するなど1つの関数とみなせるが、普遍性定理は、これらすべてがニューラルネットワークで近似できることを意味する。人工知能を支えるディープラーニングの数学的根拠の1つとなっている。

さらに、冒頭の問題に次の条件を追加する。「筆の墨はたまにしか出ないため、紙上には、点がいくつかとびとびにしか残っていない」つまり1本の曲線の軌跡は想定されているが、観測できる点は限られている。

この解決には、観測データから関数(真の分布)を見つける学習プロセスが必要だ。データと関数は、お互いを定義しあうので“双対関係”にあり、数学的には関数の方が扱いやすく、真の関数が見つけれれば、観測できない未知データについても予測ができる。

学習法には、データと関数との差分を小さくする最小二乗法回帰分析から、ディープラーニングの勾配降下法まで数多くある。数学の難易度の違いはあるが、共通点は、モデルを複雑にすれば、そのデータに特化し予測精度は上がる一方、シンプルにすれば、精度は下がるがモデルは汎用的になる。個別精度と汎用性はトレードオフ²⁾で世界中のAIエンジニアを悩ませている。問題の答えは、筆の軌跡は龍のつもりでも、蛇の関数になることもあり、真の分布を捉えられる保証はない。

人間は、経験データから世界をシミュレートする関数を脳中に作り、将来を予測することで有利に生き延びてきた。普遍性定理は、脳がほとんどの処理に対応できることを意味する。学習にはスタイルと匙加減があり、人生は、各々が真の分布を追求するプロセスなのだろう。(外園 康智)

- 1) フーリエ級数でも近似できるが、ニューラルネットワークの方が学習・予測プロセスまで考えると実用的だ。
- 2) このバランスをとるために、AICなどの情報量規準がある。