



## ランダムである難しさ

新学期に1クラス40人の遠足があり、行き帰りの歩く順番を決めたい。先生は、この順番が意図的なものだと、生徒達から不満がでることを恐れている。何ら規則性のない順番を作って、皆を公平にしたいが、完全に“ランダム”な順番を作ることは可能だろうか？

順番は、背の高さや成績順など規則的なものは簡単に思いつくが、ランダムとなると逆に難しい。適当に並べたとしても、偶然「給食を早く食べ終える順」などになっているかも知れない。

そもそもランダムとは何か。順番を数列とみなすと、どんな“関数”でも表現されない数列を、ランダムと定義する。これをコルモゴロフ・ランダムと呼ぶ。さらに数列の中で、ある長さ以上のどんな部分数列を切り出しても、コルモゴロフ・ランダムを満たす<sup>1)</sup>という強い性質を持つものをマルティン=レーフ・ランダムと呼ぶ。

ランダムな数列は、周期性を持たない、“予測”ができない、記録しておかない限り再現性がないという特徴がある。その上で、その他多くの数列群が持つメジャーな統計的な性質は満たす。なぜなら“メジャーな性質を満たさない性質”は、逆に顕著な特徴になるからだ。

ランダムな数列(=乱数)は、暗号作成やモンテカルロシミュレーションなどで重要な役割を担う。

プログラミングで乱数が必要な場合には、一般の統計ソフトを利用できるが、実は、ここで生成されているのは“疑似乱数”と呼ばれるものである。疑似乱数は少し複雑な数式から計算されるものであり、本物の乱数とは異なり、初期値と計算法が分かれば再現できてしまう。

特にマルティン=レーフ・ランダムを満たす数字を見つけることは難しい問題であったが、チャイティンという数学者が、オメガと呼ばれる数字を定

義して、そのランダム性を証明した。オメガとは大雑把に言うに「長さ  $n$  のプログラムが、実行時に停止する確率」を、すべての  $n$  について足した値<sup>1)</sup>である。0から1の間の確率値をとるオメガは「無限の時間とメモリ、強力なCPUのコンピューターにも決して規則性が発見できない究極の乱数」という性質を持つ。

ところで冒頭の40人の並べ方の総数は47ケタの巨大数字だ。公開アマダクジで順番を決め、教室は大いに盛り上がった。新学期当初は、一見ランダムに思えた順番だが、夏頃までに生徒の特徴や友達グループが分かると、先生にはたくさんの“隠れた規則性”が発見できたとのことだ。(外園 康智)

# 数理 の窓

1) 数学的な定義も満たす性質も不明確で、正確な表現ではないことをご了承下さい。