

# 数理の窓



## 証明するプログラム

昨今の人工知能の進歩にはめざましいものがある。では、コンピュータの「知能」が発達すれば「数学の証明」も行えるようになるのだろうか？

4色あればどんな地図でも塗り分けられるという「四色問題」の証明にコンピュータが用いられた話は有名だろう。考えられるパターンをすべて数え上げ、それぞれについて計算するというコンピュータらしい力技の証明である。当初は、プログラムのバグなどの可能性から、証明の正しさを不安視する声が多かった。しかし数学理論に基づいて考案された「証明支援系」と呼ばれるプログラムによる、より洗練された証明がなされたことから、現在では四色問題は解決済とみなされている。

昨年、400年以上未解決だった「ケプラー予想」が証明支援系を活用して証明された。「ケプラー予想」とは、同じ体積の空間に同じ大きさの球を最もたくさん詰められる詰め方についての予想である。答えの一つはいわゆるピラミッド状に積み上げる方法（面心立方配置）である（ケプラーもそう考えた）。しかし「六方最密充填配置」という積み方でも面心立方配置と同じ密度になることが知られていた。そしてこの六方最密充填配置は決まったパターンがなく、人間がすべてを数え上げるのは難しいため、本当にそれが正しいのかは長く未解決となっていた。

1998年、トーマス・ヘイルズはコンピュータプログラムによって、六方最密充填配置のパターンをすべて列挙し（最終的に2,771通りに分類できると証明した）、それぞれのパターンの密度を計算し、それらが面心立方配置の密度と等しいことを示す論文を発表した。そして昨年、証明支援系のプログラムを活用してこの論文の予想の検証を完了したと発表した。最初に論文を発表してから実に16年後のことだ。

さて現在、このような「証明支援系」を利用した数学研究は増えつつある。2014年のプログラム言語分野の国際会議（POPL）に投稿された論文のうち、1/4近くがなんらかのコンピュータプログラムを証明に利用しているという統計もある。

証明支援系プログラムの最大の特徴は、「このプログラムにはバグが存在しない」ことを証明できる点である。この「プログラムの正しさを保証する」という数学的特徴を取り込んだ「関数プログラミング言語」の活用が現在金融業界でも進みつつある。金融システムは信頼性への要求が非常に高い。そのため、システム開発には膨大なテストが必要とされてきた。証明支援系および関数型プログラミング言語を活用することで、「プログラムにバグがないこと」が数学的に証明され、テスト工程が不要になる日がそのうち訪れるかもしれない。（柏木 亮二）