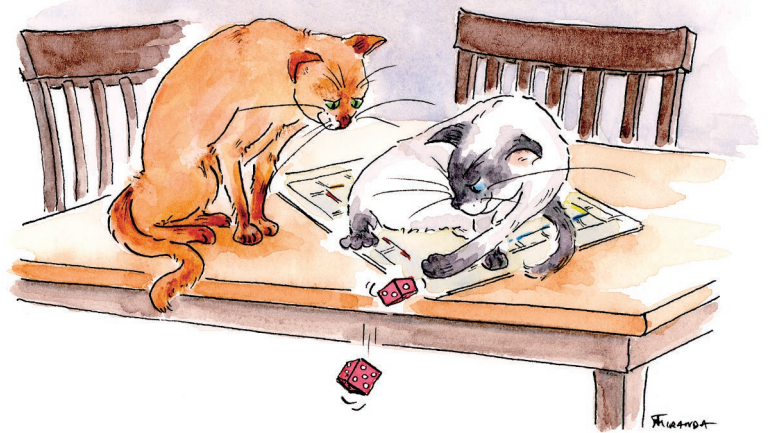


数理 の窓



宇宙の形は 音で聴き取れるか

部屋の障子越しに、太鼓の音が聞こえる。分析器にかければ、どの高さの音がどれだけ混ざっているかという周波数成分（スペクトルデータ）が得られる。では、この情報だけで、太鼓の膜が丸いのか四角いのか、あるいはもっと複雑な形かを見抜けるのか。

1966年、数学者マーク・カツツはこの疑問を、数学の「逆問題」として定式化した。偏微分方程式からある固有値列（固有振動を決める数の並び）が得られ、図形固有の「音の指紋」が浮かび上がった。次にこの固有値列から元の幾何学的な形が逆に復元できるのか——これが核心である。

問題提起後、残念ながら形が違ってても、音の指紋が完全に一致する「等スペクトル図形」が見つかり、これだけでは形を一意に特定できないことが分かった。

しかし、音の指紋の分布には、図形情報が反映されていることも分かった。例えば、周波数の高い成分の密度や、音の広がり进行分析することで、面積・境界の長さ・曲率といった量が復元される。さらによい条件が揃った場合には、穴の数などの図形全体のトポロジー的特徴も得られる。

この分析を数理的にサポートするのが「スペクトルのゼータ関数」である。ざっくり言うと、1つのデータを見ても分からないことを束ねて一つの関数にして扱おうと、不思議なことに全体の幾何学的情報を体系的に取り

出すことができる。

この逆問題という発想は、宇宙全体の形の推定にも応用される。初期宇宙の高温プラズマに生じた音響振動は、宇宙誕生から約38万年後に光が自由に進めるようになった時点で凍結され、宇宙マイクロ波背景放射の温度ゆらぎとして観測される。

それならば、物理学者は全天球面に対して、スペクトルとその強さを調べればよい。このデータには当時の音響振動の痕跡が残り、宇宙の成分や膨張の歴史、局所での空間の曲がり方がほぼ平坦であることなどの手がかりを与えた。

今後さらに、宇宙全体の形をいくつか数学的に可能な候補に絞り込むには、全方向で局所的な曲率が閉じていると言えるのか、あるいは宇宙の大規模構造である大域的な折りたたみ方、模様の子り返し状況などの観測と検証が必要になる。

見えない全体を、残された波のデータから読み解く逆問題の探求。宇宙の内部に、宇宙すべてを知るためのデータは保存されているのか。太鼓の音の思考実験は、内部の観測者が、限られた状況で「数理」と「窓」を通して、宇宙の構造の推定に有効な手がかりを与えている。

（外園 康智）