数理の窓

人生は、生成されるのか、発見されるのか

素数を列挙するプログラムは、候補となる整数を一つずつ調べていく。2は素数か、3は素数か、4は割り切れるから違う、5は素数か。条件分岐を含むループを回しながら、素数は、計算機の進みの中で、順番に発見される。

ところが、これとはまったく別の姿をした素数の表し方がある。Jones-Sato-Wada-Wiensによる「26変数の素数生成多項式」である。

$$
\begin{aligned}
P(a,\cdots,z)=(k+2)\{1-(wz+h+j-q)^2&-\\
((gk+2g+k+1)(h+j)+h-z)^2&\\
-(2n+p+q+z-e)^2-\cdots\quad&\}
\end{aligned}
$$

26個の変数を持つ巨大な式（制約式）であり、非負整数を代入していくと、正の値として現れる数がちょうど素数全体になる。

つまり、素数は「一つずつ順に見つけるもの」であると同時に「巨大な式の制約条件を満たすもの」としても存在しているのだ。残念ながら、これは実用的な素数発見法にはならない。多項式が正の値を取るには、多数の平方項が同時に0にならなければならない。総当たりに26個の値から、新たな1つでも正値を探しだすことは、人間が一生かけてもほぼ不可能である。

この式の存在を保証するのが1970年のMRDP定理である。大まかに言えば、アルゴリズムで列挙できるものは、ある方程式の解としても表せるのだ。私たちは計算機内でプログラムコードを完成させたとき、何かが動く機械を作ったと思う。しかしMRDP定理の観点から見れば、それは、高次元空間の中にある一つの制約構造を発見したことになるのだ。動的アルゴリズムの生成は、静的な幾何学的形状の定義でもある。

この「生成」と「制約」の関係は、最新のLLMに少し複雑な形で現れている。LLMは、膨大な学習を通じて、言葉の関係や推論方法、膨大な変数間に膨大な制約式の形で保有している。そこに人間が「初心者にもわかるように」「専門的な解説を！」「感動的な構成を考えて」とプロンプトを与えると、LLM内部では一時的な計算経路が立ち上がる。内部では、小さなアドホックなアルゴリズムが生まれ、文脈に応じた推論が走り、新たな制約が「生成」され出力される。それは完全に自由な発想でも、固定された答えの取り出しでもない。制約空間の中から、一つの軌跡が生成され、選び出されているといえる。

私たちの人生は、プログラムのように一秒一秒と進んでいる。外から眺めれば、過去から未来までを貫く巨大な制約式があるのだろう。しかし、私たちは解を事前に知るすべはなく、一歩ずつ生き続けなくてはならない。。

（外園 康智）